2023年6月10日
企画制作：足立博一

PAS kara News(670)

https://www.adachipas.com

計算法について

～今回は薬とは無関係のお話～

小学３年生の孫は婿さんの母親が公文の先生をやっている関係もあり幼い時から公文式の計算問題をしていたので小学５、６年生レベルの算数の計算問題ならば解けるらしいのですが、難しい計算の筆算はできても暗算はできないようです。一方そろばんを習っている子供達の中には頭の中にそろばんがあり難しい計算の暗算ができる子供がいます。おそらく記憶が映像となって残るタイプの子供で、そろばんの作業過程が映像として残るからできるのではないかと思っているのですが、そうであるならば公文式の筆算でもその作業過程が映像として残るタイプの子供であればそろばん動作よりも筆算動作が遅い分、時間はかかっても暗算ができるのではないかと思います。したがって公文式で暗算ができる子供は映像としての記憶がより長時間残る子供であり、確率的にそのような子供の存在は少なく、結果としてそろばんを習った子供の方に暗算のできる子が多いのではないかと推測できます。

などと考えている私自身は恐ろしいほどに暗算ができません。頭の中に思い浮かべた計算機に数字を入れて加減乗除のボタンを押しても何も解答がでてこないのは何故だ！と腹立たしい思いをしているレベルです。最近「小学生がたった１日で１９×１９まで暗算できる本」が売れているという話題を耳にしたので早速買ってみました。確かに１１×１１から１９×１９までのかけ算は暗算でできますが世の中１９までのかけ算の暗算を必要とするケースはどれだけあるのでしょうか？せめて９９×９９までは必要ではないのかと思っていると、暗算ではないのですがユーチューブで二桁同士のかけ算の筆算が簡単にできるインド数学式という記事を見つけました。今回はこの周辺の話になります。

１）１９×１９まで暗算でできるとは

１６×１２の暗算をしましょう。予め電卓を使って計算すると**１９２**になりますが、次のような手順で暗算ができるというのです。

①右側の１２から２を減らして１０にします(a)

②左側の１６に①で減らした２を足して１８にします(b)

③(a)と(ｂ)をかけます。ａは１０ですから簡単に暗算ができて１８０になります。

④次に元の数字の一の位どうしをかけます。６×２＝１２でこれも暗算できます。

⑤ここで③の１８０と④の１２を足します。すると**１９２**になり暗算完了となります。

蛇足ですが⑤の足し算をする時に③の数字と④の数字を覚えておかねばならないという短期記憶問題が発生しますので、軽度認知障害以上の人はひょっとしたらこの暗算もできないかもしれません。

いくつか暗算してみましょう。

１１×１１は、１２×１０にして１２０⇒１と１をかけて１⇒それぞれを足して**１２１**

１９×１９は、２８×１０にして２８０⇒９と９をかけて８１⇒それぞれを足して**３６１**

この暗算法は片方の数字を１０にするところがミソなので２０以上では応用が利きません。実際にやってみるとできないことが分かります。ともかくこの手順さえ覚えれば限られた範囲での暗算はできそうですが、なぜこの手順で計算ができるのでしょうか？先の本では四角形の面積を利用して小学生でも分かる説明をしていますが、ここではちょっとした計算式で理解することにしましょう。

・２種類の二桁の数字をａｂとｃｄと表わす時、実際の数量としての意味は

ａｂ＝ａ×１０＋ｂ→$10a+b$　　ｃｄ＝ｃ×１０＋ｄ→$10c+d$　　となります。

・上記２種類の二桁数字のかけ算は以下のように整理できます。

$ab \times cd \rightarrow (10a+b)\times(10c+d)=100ac+10(ad+bc)+bd$　…式ｱ

・１９×１９暗算方式ではｄをａｂに足し算して、さらにｂ×ｄを加えていましたから

$ab \times cd \rightarrow (10a+b)\times(10c+d)=(10a+b+d)\times\mathbf{10c}+bd=100ac+10(b+d)c+bd$　という式ｲになります。

・ここでは当然、式ｱ＝式ｲになるので、これが成立するためには両式の 10×の項目が

$ad+bc=(b+d)c$ になる必要があります。これを整理すると単純に $a=c$ となります。

つまり二桁数字の十の位は同じ数字であることが１９×１９暗算方式では必須条件になります。

・同じ数字でも 1～9 までありますが、暗算しやすい様に片方の二桁数字を 10 にしたのですから式ｲの途中の **10c** は 10 であり、c=1 である必要があります。となるとａも必然的に１になります。

・十の位が同じ数字の二桁同士のかけ算であれば同様にして計算できますが２０や３０をかけることになり暗算しやすいとは言えなくなります。ということで１９×１９暗算方式は２０未満同士の二桁かけ算においてのみ成立します(さて、この考察は合っているのでしょうか？)。

２）インド数学式とは

こんどは１～９９までの二桁までの数字のかけ算になります。人によっては暗算ができるかもしれませんが筆算を基本としましょう。

```
    ７５
×   ９８
   ６００
  ６７５
   7350
```

７５×９８の計算をします。ふつうは右図のような筆算を途中指折り数えたりしながらすると思いますが、インド数学式では(下の筆算を参照)、

①十の位同士をかける　　**７×９＝６３**　これを千と百の位に配置する。

②一の位同士をかける　　**５×８＝４０**　これを十と一の位に配置する。

③二つの数字の十の位と一の位の数字を相互にかけたものを足し算します。

７×８＝５６、５×９＝４５→５６＋４５＝１０１となった数を元々の十の位から配置する。

④上記で配置した①～③の数字を足し算すると、**７３５０**となり従来型の筆算した値と一致する。

```
    75
×   98
  6340
  101
  7350
```

従来型筆算とインド数学式筆算を較べると右上下図になります。従来型筆算と較べてやりやすかったでしょうか？インド数学式では③の部分の１カ所のみがややこしいだけなので若干の簡便さがありますが９９×９９までが限界です。

この原理も１９×１９暗算方式の式展開を利用しながら理解してみましょう。二桁数字のかけ算は以下のように展開整理できました。

$ab \times cd \rightarrow (10a+b)\times(10c+d)=100ac+10(ad+bc)+bd$

ここで各数値は $0 \leqq a, b, c, d \leqq 9$ の条件内にありますから上記式の個々の項の意味は

100ac：最小値でも百の位以上に存在する数字になりますから上記下の筆算の１段目の百の位の位置に **ac** の数値を置けます(0 の時はその位置で 0)。

10(ad+bc)：想定最大値は 10×(81+81)=1620 で一の位は必ず０になるため上記筆算の２段目の十の位の位置に **ad+bc** の数値(ここでは 162)を置けば大丈夫です。

bd：想定最大値は 9×9=81 なので上記筆算の１段目の一の位に **bd** を置けば、たとえ十の位にまたがったとしても百の位以上にある **ac** との重なりがないので大丈夫です。

という証明(?)からインド数学式でも９９まで同士なら正確なかけ算ができます。ただ片方が１００以上になると上記の制限を超えた数字になるためその計算法は成立しなくなります。

さて数学は頭の体操にもなりボケ防止策の一環と言われますが、どうでしたでしょうか？　(終わり)